Que faut-il pour qu'il y ait apprentissage ?

Situations mathématiques à l'école maternelle

Joël Briand

En maternelle, l'enfant, disent les programmes de mathématiques, apprend à conduire ses actions, à en prévoir les résultats, à anticiper les événements et à les expliquer, et se forge un début de pensée rationnelle. Mais comment faire vivre cela dans sa classe ? Toutes les situations didactiques ne font pas entrer dans l'apprentissage : il faut y regarder de plus près.

Qu'est ce qu'enseigner aujourd'hui les mathématiques à l'école maternelle ? Pour commencer, serait-ce « pédant »[1] d'utiliser le terme « mathématiques » pour l'école des petits ? Les programmes de 2002 ayant fait disparaître toute référence ou presque aux disciplines, il est tentant de faire « découvrir le monde » aux élèves par une simple imprégnation culturelle. Mais quelle imprégnation va permettre de mettre les élèves dans de bonnes dispositions pour construire les premiers nombres ? Quelle imprégnation leur permettra de prendre plaisir à anticiper, à prévoir (pré-voir) ?

Même si un grand nombre des enseignants de l'école maternelle sentent bien que des activités qu'ils proposent ont affaire aux mathématiques, il n'en demeure pas moins qu'en l'absence de mots (pris dans le savoir savant), certains d'entre eux doutent. D'autres sont sensibles aux nouveautés (logiciels, nouveaux «jeux mathématiques»), aux manuels, aux fichiers. Plus qu'à l'école élémentaire, la question n'est pas simple : pour rendre compte de la pratique mathématique de ses élèves, les seuls mots dont dispose le professeur sont encore ceux des savoirs savants des années 70. Ces mots sont liés aux mathématiques que l'on disait modernes : ce sont : « ensembles », « tri », « rangement », « classement », « premiers nombres », etc. Cette analyse des cursus en termes notionnels a fait obstacle à la diffusion de travaux principalement fondés sur le fait que, dans certaines situations, l'élève a besoin de mobiliser des connaissances qui, par essence, ne s'organisent pas comme les savoirs constitués. Les travaux sur les rapports entre connaissances et savoirs[2] ont ouvert cette voie de recherche. Ils se sont appuyés sur les travaux de Gérard Vergnaud qui montraient que quelles que soient les conditions dans lesquelles les élèves apprennent, il existe des régularités[3] qui caractérisent l'appropriation d'une connaissance donnée chez des catégories de sujets. Ceci est particulièrement avéré en maternelle. Les travaux engagés ont montré :

- que le choix et l'organisation des contenus eux-mêmes doivent être revus afin de préparer les élèves au cours préparatoire sans anticiper de façon inutile les apprentissages qui s'y élaborent.
- que certaines catégories d'activités mathématiques au cours desquelles la connaissance visée n'est pas directement enseignée par le maître, mais peut progressivement apparaître chez l'élève à partir de multiples remaniements de stratégies utilisées dans des situations construites, permettent de développer certains savoirs mathématiques ainsi que des attitudes (prévision, attente d'un résultat escompté dans une situation bien comprise, langage au service d'une situation, commentaire *a posteriori*.)

J'ai, pour ma part, longuement travaillé sur le fait que lorsque le professeur commande une action de comptage d'une collection, l'élève doit mettre en œuvre des connaissances (de nature spatiale) qui permettent d'explorer cette collection à dénombrer afin de n'oublier aucun élément et de ne pas repasser deux fois sur le même. Ces connaissances ne font pas habituellement l'objet d'un enseignement. Leur dysfonctionnement entraîne pourtant des échecs dans le comptage. Partant de là, nous avons pu proposer des situations pré-numériques qui interrogent à la fois le spatial et le numérique. Cette démarche n'aurait pas pu être conduite s'il n'y avait pas eu, dès le départ, d'une part une remise en cause de l'organisation des savoirs telle que la communauté nous la propose habituellement, d'autre part, la construction de situations qui soient d'une autre nature que les situations d'apprentissage par familiarisation.

Alors comment s'y prendre ? Les programmes de maternelle de 2002 nous permettent des avancées. Par exemple, le texte stipule, à propos de l'enfant : « *Il apprend à conduire ses actions, à en prévoir les résultats, à anticiper les événements et à les expliquer* », puis évoque, toujours à propos de l'enfant, l'idée de « *se forger un début de pensée rationnelle* ». Ces déclarations préliminaires sont louables mais comment faire vivre cela dans sa classe ? L'organisation des séquences elles-mêmes, du travail au jour le jour, ne sont pas abordés précisément.

L'élève a besoin de mobiliser des connaissances qui, par essence, ne s'organisent pas comme les savoirs constitués.

Construire une situation d'apprentissage par adaptation

La démarche de préparation de classe consiste à se poser la question : « Quelle situation mettre en place afin que la connaissance que l'enseignant souhaite voir se développer en soit le meilleur outil de résolution ? » ou « Dans quelles situations est-elle nécessairement mobilisée ? » et d'une certaine manière à « qualifier » cette connaissance par ces situations, que l'on peut qualifier de *non didactiques* : elles sont spécifiques du savoir, mais sans comporter d'intention d'enseigner.

La deuxième étape consiste à rechercher comment transformer l'un de ces problèmes pour en faire le noyau d'une situation didactique, adaptée à l'âge, aux connaissances et aux intérêts des élèves concernés. Dans ce cadre, l'entrée dans l'écrit constitue un acte déterminant pour la construction de quelques concepts de mathématiques. L'écrit est un moyen précieux pour mettre à distance l'action et les résultats d'une action, scénario optimal pour que les élèves entrent dans le jeu de l'anticipation.

Pour illustrer ce propos, je prendrai un exemple bien connu : celui de la construction des premiers nombres dans le cadre de situations d'apprentissage par adaptation. J'écrivais en 1995[4] :

Lorsqu'un enfant de cinq ans est appelé à mettre le couvert, chez lui, il peut avoir plusieurs attitudes :

- il prend l'assiette pour maman, va la poser ; il prend l'assiette pour papa, va la poser ; etc. ;
- il prend beaucoup d'assiettes et est ainsi assuré d'avoir « ce qu'il faut » ;
- il prévoit l'assiette pour maman, papa, etc. et va ensuite les poser.

Cette situation met en jeu un savoir. Il s'agit de la correspondance terme à terme ou, dans la troisième attitude, du dénombrement[5]. Dans ce dernier cas, le nombre, formulé ou non, est la solution du problème que l'enfant s'est posé.

Il existe donc des activités hors milieu scolaire qui sollicitent la connaissance du nombre. Une reproduction de la situation décrite peut être utilisée à des fins d'enseignement et devenir une *situation didactique*. Pour l'enfant de cinq ans, le problème garde son sens, même s'il est une reproduction artificielle d'une situation réelle. La situation ne peut permettre un apprentissage de la connaissance visée que si le problème que l'on souhaite voir résoudre est bien celui que l'enfant se pose. En effet, un enfant plus jeune pourra se contenter de mettre des assiettes sur une table, sans faire référence à une « liste » de convives. Dans ce cas, la situation ne fonctionne pas comme situation d'apprentissage.

Pour que l'enfant travaille sur le nombre, il faut optimiser l'apparition de la troisième attitude : (il prévoit l'assiette pour maman, papa, etc. et va ensuite les poser).

Pour cela, l'enseignant va devoir organiser la situation, imposer des contraintes. Il ne peut faire appel au vécu personnel de l'enfant. Il doit d'abord adapter la situation au contexte de la classe : par exemple, la collection à laquelle se réfère l'enfant dans son milieu familial (papa, maman, etc.) doit être remplacée par une collection construite par le maître (liste de prénoms d'enfants ou verres déjà installés sur la table).

Il lui faut également imposer des contraintes pour que les élèves travaillent effectivement sur le nombre. Dans un premier temps, il posera comme enjeu de ne pas faire plus d'un aller et retour entre la pile d'assiettes et la table (c'est là que certains enfants « diront » le nombre, que d'autres mimeront avec les doigts, mais que d'autres joueront avec les assiettes).

La situation ne peut permettre un apprentissage de la connaissance visée que si le problème que l'on souhaite voir résoudre est bien celui que l'enfant se pose.

Passer par l'écrit

Plusieurs confrontations à ce jeu peuvent permettre d'espérer que les enfants tenteront de mémoriser la quantité. Mais cette situation peut ne pas être une situation d'apprentissage pour ceux qui ne sont pas en mesure de construire une mémorisation, sous une forme ou une autre, de la quantité. Il y a ceux qui savent et ceux qui ne savent pas. Dans ce cas, et sans autre recours, le professeur est fondé à enseigner la solution, faire formuler ceux qui savent, faire compter, sans que chaque élève n'ait eu vraiment à construire ce savoir : le contrôle d'une quantité à l'aide d'une information captée. Le milieu créé a permis de comprendre le jeu, de voir si l'on commettait une erreur ou non mais il n'a pas permis que se développent des stratégies évolutives. Or, j'ai souvent malheureusement constaté que la situation dite « fondamentale du nombre » était réduite à ce premier scénario.

Pour que la situation provoque des apprentissages, le professeur doit optimiser le dispositif, réorganiser le milieu. Le passage à un travail sur l'écrit joue ici un rôle fondamental : le professeur demande à un élève de s'adresser cette fois par écrit à un autre élève qui aura la charge de préparer les assiettes nécessaires. Le dénombrement constitue la stratégie optimale pour réussir dans cette situation de base.

Seule une communication écrite permet aux élèves de produire des formulations du nombre. C'est aussi l'occasion pour l'enseignant d'entrevoir les conceptions des élèves.

Voici des exemples de productions écrites issues de ce type de situation :

(Voir schéma ci-dessous)

·L'exemple 1 reproduit une section de la suite des nombres.

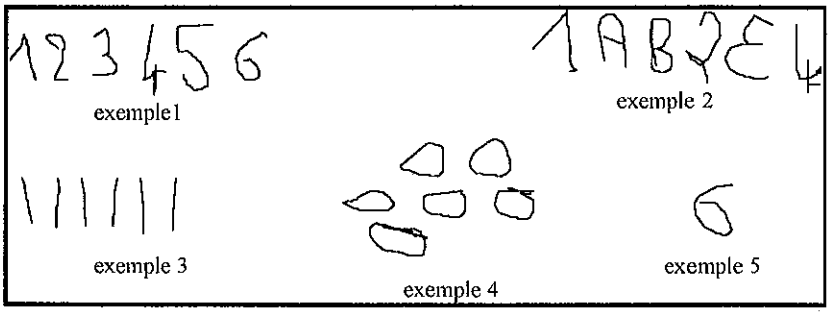
·L'exemple 2 est une production que l'on rencontre rarement. Rien ne permet d'affirmer que ce codage est erroné. En effet, chaque signe peut simplement représenter un couvert et être compris comme tel par le récepteur. L'enfant veut probablement utiliser un code reconnu culturellement.

·Dans les exemples 3 et 4, l'enfant construit un message parfaitement adapté mais sans référence à une écriture conventionnelle.

·L'exemple 5 correspond à celui attendu après apprentissage de l'écriture conventionnelle

Le professeur a donc modifié le scénario d'origine. C'est alors dans les productions d'écrits que le nombre va prendre consistance. Par ces productions écrites, l'élève prend progressivement conscience que des questions de conservation d'information peuvent être résolues par élaboration d'un code d'abord personnel, puis, plus tard commun.

En d'autres termes, un concept naît (le nombre, ou plutôt les premiers nombres) ; on sait qu'il est d'abord fragile (non conservation des quantités), mais il apparaît dans un système sémiotique



comme solution à certains problèmes posés. Dès lors, une écriture (primitive) nécessaire va être le lieu de découvertes, de progrès. L'entrée dans l'écrit trouve là une utilité avérée parce que le sens commande les travaux d'écriture. Le travail réflexif sur ces écritures va développer la construction des premiers nombres. Plus tard, l'écriture (ultérieure ou/et contemporaine de l'activité) définitive du nombre est un code commun auquel on adhérera, selon des processus qui ont été largement étudiés, pour des raisons sociales.

Or, les programmes de 2002, même s'ils placent le langage « au cœur des apprentissages » sous-estiment les sciences comme lieux de production des premiers écrits. En particulier, les mathématiques, nous venons de le voir, peuvent donner lieu à de la production d'écrits : ce sont des écrits de travail qui ont la même fonction que les écrits de recherche en sciences.

Des travaux voisins de ceux que je viens de décrire, conduits par les mêmes équipes, montrent que l'entrée dans l'écrit est aussi fondamentale dans la construction d'autres concepts comme les rangements, les classifications.

Obstacles institutionnels et résistances

Les programmes de 2002 stipulent qu'« à l'école maternelle, on ne cherche pas à définir la notion de nombre, mais à permettre aux enfants de s'approprier les nombres », ce qui peut sembler paradoxal, puis précisent : « Les nombres sont essentiellement dits, même si une première correspondance est établie avec leur écriture chiffrée. » Cette deuxième phrase montre que pour les concepteurs des programmes, l'écriture des premiers nombres ne peut être que l'écriture connue socialement, le nombre écrit sous sa forme définitive. Cette façon de concevoir l'apprentissage des premiers nombres ne laisse pas la place à ces travaux d'écriture que nous venons de décrire au cours desquels les enfants travaillent, font évoluer, une information écrite (nécessaire dans une situation convenablement construite) de nature numérique.

Le type de démarche décrit plus haut permet une construction progressive du concept de nombre. Cela prend du temps et c'est cela que nous avons grand peine à faire comprendre en formation des enseignants. Comment se fait-il que de tels « chantiers » qui vont durer plusieurs semaines soient encore perçus par des enseignants comme des situations d'un jour, ramenant souvent de tels dispositifs à des situations d'évaluation : il y a ceux qui réussissent et les autres. On comprend bien qu'au-delà de la construction de telles situations, c'est tout le rapport du professeur à son métier qui est en cause. Qu'est-ce qui fait que tel professeur acceptera que les élèves soient confrontés plusieurs fois au même problème sans penser un instant que celui-ci s'ennuiera ? Il faut pour cela bien faire la distinction entre ce qui fait l'intérêt du professeur dans une situation mathématique et ce qui en fait l'intérêt pour l'élève. Or, plus les savoirs sont « simples » plus le professeur a tendance à considérer qu'il suffit de dire le savoir pour que celui-ci soit acquis. D'où la tentation de faire de telles situations un simple prétexte d'un jour pour annoncer le savoir.

L'école maternelle n'est pas là pour que des élèves sachent bien trier des graines. Ce type de jeu, si fréquent en maternelle, apporte peu du point de vue de l'activité mathématique, si ce n'est des savoir-faire dans des domaines extérieurs aux mathématiques.

Revisiter des activités « bien connues »

Ce que je viens de décrire ne doit être pris que comme un exemple d'une démarche de construction de situations. Ce que l'on souhaite, dans toute action de formation professionnelle, est que l'enseignant s'approprie plutôt la façon de construire des situations que les situations elles-mêmes. Or, ce type de situations se rapproche de situations de jeux à règle. La motivation ne doit pas être recherchée ailleurs que dans le plaisir de réussir à un jeu. Mais à la différence d'un jeu traditionnel, les situations visent expressément l'acquisition de savoirs utiles pour la suite de la scolarité. Nous allons donc voir maintenant comment on peut faire du neuf avec du vieux :

L'activité de « tri » connue consiste à demander à des élèves de petite section, en milieu d'année, de trier trois catégories de graines posées en vrac en les mettant dans des boîtes. Pour cela, trois boîtes d'allumettes identiques sont à leur disposition afin de mettre une catégorie de graines par boîte.

Faisons l'analyse en termes de jeu : (tableau ci-dessous)

Pour qu'il y ait jeu et apprentissage, il faut :

- que l'élève soit capable de distinguer un état terminal d'un état intermédiaire (la réserve de graines est-elle vide ou non ?) et de distinguer un état terminal gagnant d'un état perdant. Les connaissances nécessaires à la régulation du jeu (on parle de modèle de contrôle) renvoient à la conception d'une collection :

* distinguer les graines « pareilles » ou « pas pareilles »,

* distinguer une collection ou les graines sont triées d'une collection où elles ne le sont pas,

- qu'il puisse mettre en œuvre une stratégie de base : « au pire », répartir les graines au hasard,

- que la répétition du jeu lui permette d'élaborer une stratégie gagnante.

Deux connaissances entrent donc en jeu : la connaissance « collection » et la connaissance « énumération », qui sont les deux connaissances constitutives du savoir « tri ». Ce sont donc ces deux connaissances qui doivent être convoquées par les élèves si l'on veut que le tri soit une vraie activité mathématique. Or, le milieu constitué autour des « boîtes ouvertes » leur permet de contrôler ces deux connaissances presque à leur insu.

	Boîtes ouvertes
État initial	Boîtes vides identiques ouvertes Une collection de graines mélangées dans une réserve
État final gagnant	3 collections de graines triées, réparties dans les boîtes
Règles du jeu	Prendre une graine, la mettre dans une boîte, recommencer jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de graines.
Choix permis par les règles	Regarder le contenu des boîtes ; revenir en arrière.
Stratégies gagnantes	Nombreuses ; le contrôle par la vue est essentiel.

L'élève peut réussir facilement sans mettre en œuvre de nouvelles connaissances. On pourrait dire que le milieu est « l'allié » de l'élève en tant qu'actant mais sûrement pas en tant qu'apprenant. Or, l'école maternelle n'est pas là pour que des élèves sachent bien trier des graines. Ce type de jeu, si fréquent en maternelle, apporte peu du point de vue de l'activité mathématique, si ce n'est des savoir-faire dans des domaines extérieurs aux mathématiques.

De la familiarisation à l'adaptation :

Fermons maintenant les boîtes (boîtes tirelires, c'est-à-dire dans lesquelles on peut glisser une graine sans voir les graines déjà mises). L'élève doit alors « inventer » une stratégie qui permette de prendre les bonnes décisions aux moments sensibles : la stratégie décrite tout à l'heure, où l'actant prend les graines et les boîtes au hasard et corrige « à la vue » n'est plus possible : comment savoir si la graine est semblable à celles qui sont déjà dans la boîte ? Comment prendre une autre boîte ? Quand le milieu est constitué de boîtes fermées, toutes identiques, il joue alors un tout autre rôle. Les rétroactions du milieu permettent aux élèves (les obligent) d'inventer les stratégies adéquates et de mobiliser les savoirs visés par le professeur. Et l'enjeu est de taille : on ouvrira après pour voir si on avait bien prévu !

En conclusion, le premier jeu, avec les boîtes ouvertes ne serait qu'un milieu qui permettrait de comprendre la règle d'un jeu qui se jouera plus tard, quand les boîtes seront fermées. Or, bien souvent, c'est la règle du jeu qui reste l'activité.

Dans cette situation, il existe des temps différents entre le moment où l'élève agit et celui où il constate les effets de son action, il y a alors place à l'anticipation, à la prévision. C'est un schéma que l'on retrouvera souvent dans les situations d'apprentissage telles que nous les avons construites. Il permet de construire des situations, déterminantes pour la suite de la scolarité, autour de termes bien écornés : comme « savoir classer », « savoir ranger », compter les « éléments d'une collection ».

Joël Briand
Maître de conférences, IUFM d'Aquitaine,
DAESL université Bordeaux 2

À lire sur le site, les propositions de S. Kirchmeyer à partir de jeux mathématiques pour accompagner les élèves dans leurs apprentissages en mathématique.

1 Terme employé sur un site connu pour qualifier l'usage du terme « mathématiques » pour l'école primaire...

2 J. Centeno, G. Brousseau (1992), J. Conne (1993).

3 G. Vergnau, 1991.

4 *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Hatier 1996.

5 Nous retenons deux acceptions du terme «dénombrement» :

- Le dénombrement au sens strict : dénombrer une collection c'est considérer le dernier terme de la liste ordonnée des nombres produite dans le comptage comme une caractéristique de la collection.

- Le dénombrement au sens large : dénombrer une collection c'est pouvoir construire une collection équipotente à une collection donnée sans présence de cette collection.

Bibliographie

Briand & Salin, *Mathématiques en maternelle*, CD-Rom Hatier 2004.

J. Briand (1993), *L'énumération dans le mesurage des collections*, Thèse Bordeaux I.

J. Briand (1999) « Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques » *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 19-1, La pensée sauvage, Grenoble.

J. Briand, M.-C. Chevalier, *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Hatier 1996.

R. Brissiaud (1989), *Comment les enfants apprennent à calculer ?*, Retz, Paris.

G. Brousseau (1998), *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage.

CRDP de Champagne Ardenne, *Des situations pour apprendre le nombre*, 2007.

Ermel 1990, *Apprentissages numériques*, GS, Hatier.

M. Fayol (1991), « Du nombre à son utilisation : la résolution de problèmes additifs », *in* J. Bideaud, C. Meljac et J.-P. Fischer (eds), *Les chemins du nombre*, Presses universitaires de Lille.

Gelman (1983), « Les bébés et le calcul », revue *La recherche* n° 14.

Grand N, revue publiée par l'IREM de Grenoble, BP 41 38402, Saint Martin d'Hères. Deux numéros spéciaux « maternelle » ont été publiés en 2000 : « Approche du nombre » et « structuration de l'espace » dans lesquels notre équipe expose une partie de ses travaux.

INRP (1988) *Un, deux, beaucoup... passionnément*.

F. Martin, *Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle*, CRDP Aquitaine Bordeaux 2003.

J. Peres et coll. (1987), *Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle*, IREM de Bordeaux.

D. Valentin, *Découvrir le monde avec les mathématiques*, petite et moyenne section, Hatier 2005.

D. Valentin, *Découvrir le monde avec les mathématiques*, grande section, Hatier 2005.

G. Vergnaud (1991), « L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine », *in* J. Bideaud, C. Meljac et J.-P. Fischer (eds), *Les chemins du nombre*, Presses universitaires de Lille.

Rémi Brissiaud

Premiers pas vers les maths - Les chemins de la réussite à l'école maternelle, Retz, 2007.

Rémi Brissiaud est maître de conférences en psychologie cognitive à l'IUFM de Versailles et chercheur dans l'équipe « Compréhension, Raisonnement et Acquisition de connaissances ». Il est l'un des chercheurs qui, de manière récente, ont montré l'existence d'une pluralité de chemins vers le nombre.

Pour l'essentiel, ces cheminements dépendent des outils culturels qui sont mis à la disposition de l'enfant, tous ne se valent pas. Il publie aujourd'hui un ouvrage de vulgarisation qui, s'appuyant sur les résultats les plus récents, a trois ambitions :

- présenter les conditions de la réussite à l'école maternelle : comment favoriser la compréhension des nombres et le progrès vers le calcul ?
- aider les parents et les enseignants à prévenir l'échec en mathématiques ;
- permettre aux enseignants et aux formateurs de se situer face à une pluralité de propositions pédagogiques.

Depuis longtemps, les pédagogues s'élèvent contre l'idée qu'il y aurait des enfants doués en mathématiques et d'autres qui ne le seraient pas.
Et pourtant, cette idée persiste dans l'opinion. La raison de cette discordance nous est révélée par les recherches sur les difficultés durables en mathématiques chez les enfants de huit à douze ans dont les procédures de calcul sont très déficientes : ces enfants ont mal compris ce qu'on leur enseignait quand ils étaient tout petits à l'école maternelle ; ils ont mal compris le comptage des objets. Au lieu de décréter qu'ils sont des enfants peu doués pour les mathématiques, considérons plutôt qu'ils n'ont pas réussi leur première rencontre avec les nombres et essayons d'aménager autrement cette première rencontre.